

Aufgabe 3.1

- a) Ergänzen Sie das Pascalsche Dreieck bis $n = 10$.
b) Berechnen Sie (klammern Sie aus): $(a + 1)^8$, $(a - 1)^9$, $(a - b)^{10}$.

Aufgabe 3.2

- a) Berechnen Sie: $\binom{7}{1}$, $\binom{12}{0}$, $\binom{12}{7}$, $\binom{13}{5}$, $\binom{50}{48}$, $\binom{28}{4}$.
b) Aus 16 Karten (je 4 Buben, Damen, Könige und Assen) werden 8 gezogen. Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass darunter
(i) genau 1 Ass,
(ii) kein Ass,
(iii) genau ein Bube, eine Dame, ein König und ein Ass,
(iv) mindestens 2 Assen sind.

Aufgabe 3.3 Berechnen Sie (wählen Sie passende a , b im binomischen Lehrsatz):

a) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k}$, c) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} 2^k$, e) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$,
b) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k} (-1)^k$, d) $\sum_{k=0}^8 \binom{8}{k}$, f) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (-1)^k$.

Aufgabe 3.4 Berechnen Sie die Summe

a) $\sum_{k=0}^6 k^2$, $\sum_{k=-4}^4 k^3$, $\sum_{j=1}^3 \left(j + \frac{1}{j}\right)$, $\sum_{k=3}^7 (2k + 4)$, $\sum_{j=-1}^1 (j^2 - 1)$,
b) $1 + 2 + \dots + 2016$,
c) positiven ganzen Zahlen mit 3 Ziffern,
d) ungeraden Zahlen zwischen 1000 und 2000,
e) positiven ganzen Zahlen von je maximal 3 Ziffern, die auf 2 oder 7 enden.
f) $\sum_{k=10}^{70} (7k - 2)$, $\sum_{k=0}^{14} (5k + 3)$, $\sum_{k=-2}^{22} (100k + 10)$.

Aufgabe 3.5 Berechnen Sie die Summe

- a) $2 + 4 + 8 + \dots + 256$,
 b) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{256}$,
 c) $2 + 6 + 18 + 54 + \dots + 1458$,
 d) $\frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots + \frac{64}{729}$,
 e) $\frac{3}{10} + \frac{9}{100} + \dots + \frac{3}{10\,000\,000}$,
- f) $4 + 2 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$, (unendlich)
 g) $1 + \frac{2}{3} + \frac{4}{9} + \dots$,
 h) $1 - \frac{9}{10} + \frac{81}{100} - \frac{729}{1000} + \dots$,
 i) $7 + \frac{7}{10} + \frac{7}{100} + \dots$

Aufgabe 3.6 Finden Sie den unkürzbaren Bruch für die periodische Zahl:
 $0,\overline{9}$; $0,\overline{12}$; $0,00\overline{12}$; $10,\overline{3}$; $0,\overline{2}$; $10,\overline{9}$; $0,\overline{123}$; $0,\overline{10}$; $3,09\overline{1}$.

Aufgabe 3.7 Berechnen Sie $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$ für:

- a) $a_n = \frac{n+1}{n}$,
 b) $a_n = \frac{2n}{n+12}$,
 c) $a_n = \frac{n^2-1}{n^2+1}$,
- d) $a_n = \frac{n^3+3n^2}{3n^4+4}$,
 e) $a_n = \frac{2n+\sqrt{n}}{n-\sqrt{n}}$,
 f) $a_n = \frac{n+\frac{1}{n}}{n-\frac{2}{n}}$,
- g) $a_n = \frac{n^3-1}{n^3+n^2}$,
 h) $a_n = \frac{4n^2+5n+n\sqrt{n}}{3n^2-2n-1}$,
 i) $a_n = \frac{n^2+1}{n\sqrt{n^2+1}}$.

Aufgabe 3.8 Berechnen Sie die folgenden Grenzwerte:

- a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{3^n}$,
 b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n!}$,
 c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{n^n + n!}$,
 d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 2^n}{n^2 - 2^n}$,
 e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^n - 2^{-n}}{2^n - 1}$,
 f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{n+1} + 1}{2^n + 1}$,
- g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2^{3n} - 1}{2^{3n} - 3^{2n}}$,
 h) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n^2 + 3n - 7) \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$,
 i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 3^n}{n^3 + 3^n}$,
 j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n^2}{n + 2^{-n}}$,
 k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + n!}{3^n - n!}$,
 l) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n! + 3n^9 - 7}{n^n + 3n^9 + 7}$.